EXERCICE N° 1 — 10' — 3 point

1. On considère une suite (U_n), définie sur $\mathbb{N}$, dont aucun terme n'est nul. On définit alors la suite (V_n) sur $\mathbb{N}$ par $V_n = \dfrac{-2}{U_n}$

   (a) Si (U_n) est convergente, alors (V_n) est convergente.

   (b) Si (U_n) est minorée par 2, alors (V_n) est minorée par -1.

   (c) Si (U_n) est décroissante, alors (V_n) est croissante.

   (d) Si (U_n) est divergente, alors (V_n) converge vers zéro.

2. Soit la suite (U_n) définie pour $n \geq 1$ par: $V_n = \dfrac{(-1)^n}{n}$

   (a) (U_n) est bornée.

   (b) (U_n) converge vers 0.

   (c) (U_n) est décroissante.

   (d) La suite de terme général $|U_n|$ est décroissante.

3. (U_n) est la suite définie par $U_0 = 0$ et $U_{n+1} = U_n - n$, pour tout $n \in \mathbb{N}$.

   (a) (U_n) est une suite arithmétique de raison $-n$.

   (b) (U_n) est décroissante.

EXERCICE N° 2 — 20' — 4 point

On considère la suite U définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} U_0 = 1, \\ U_{n+1} = \dfrac{4U_n}{2 + U_n}, \end{cases}$

1. (a) Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$,on a : $1 \leq U_n < 2$.

   (b) Montrer que la suite U est croissante.

   (c) En déduire que U est convergente et calculer sa limite.

2. On pose, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $V_n = 1 - \dfrac{2}{U_n}$

   (a) Montrer que V est une suite géométrique.

   (b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.

3. (a) Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :$|U_{n+1} - 2| \leq \dfrac{2}{3}|U_n - 2|$.

☎ : 23390248 - 29862267

Tous droits réservées ©TakiAcademy.com